VI Congresso de Pesquisa e Extensão da FSG
IV Salão de Extensão

http://ojs.fsg.br/index.php/pesquisaextensao
ISSN 2318-8014

ÁLGEBRA MATRICIAL APLICADA A PROJETOS MECÂNICOS

Anderson Joel Velho[a], Douglas Schneider[a], Handrio Blanco[a], Cristiane Guazzelli Boschi[a*]

a) FSG Centro Universitário

Professor Orientador

[*]Cristiane Guazzelli Boschi, endereço: Rua Os Dezoito do Forte, 2366 - Caxias do Sul - RS - CEP: 95020-472.

Palavras-chave:

Álgebra. Matriz. Determinante. Vetor.

Resumo

Com auxílio do CAD e das técnicas algébricas, este artigo tem por objetivo demonstrar as aplicações e utilizações da álgebra matricial em projetos mecânicos. No estudo de caso, utiliza-se como exemplo de aplicação um carro matemático. Onde os protótipos das carrocerias dos veículos necessitam de uma modelagem em fibra de vidro, para que sejam feitos ajustes necessários antes da fabricação em série. Por isso, o domínio de técnicas algébricas para cálculos de volume, possibilita aos projetistas definirem a quantidade de material a ser utilizado e reduzindo o desperdício do mesmo.

1 INTRODUÇÃO

Demonstrar através de operações algébricas, as aplicações do estudo [1]em projetos mecânicos. Para isso, utiliza-se o auxílio do CAD (Solidworks) para a modelagem e prototipagem de uma peça automotiva. A solução problemática se dá ao setor de engenharia, onde projetistas devem definir a quantidade em volume do material utilizado para a prototipagem, ou seja, a quantidade de fibra de vidro, resina e catalisador que serão utilizados para o desenvolvimento da mesma. Para dar mais ênfase a este artigo, busca-se embasamento no livro de Álgebra Linear e suas aplicações do autor David C. Lay, que relaciona a aplicação da álgebra matricial aplicada na indústria automotiva FORD. A história da álgebra inicia-se em 1949, onde o professor de

1 “Projetos assistidos por computador (CAD – Computer-aided design) têm economizado milhões de dólares a cada ano para a Ford Motor Company. Inicialmente adotados pela Ford no início dos anos 70, CAD e CAM (produção assistida por computador) revolucionaram a indústria automobilística. Hoje, a computação gráfica é o coração, e a álgebra linear a alma, de projetos de carros modernos. Muitos meses antes que um novo modelo de carro seja construído, os engenheiros projetam e constroem um carro matemático – um modelo de arame que existe apenas na memória do computador e em terminais gráficos.”(LAY, 2007, p.91).

Harvard Wassily Leontief, trabalhava em um computador da universidade muito famoso da época, o chamado Computador Mark II. Leontief inseria cartões perfurados no computador que continham informações sobre a economia americana. Após alguns anos de trabalho intenso, o professor de Harvard dividiu a economia americana em 500 setores, onde continham mais de 250.000 dados.

Diante de uma enorme quantidade de dados, o computador Mark II não podia lidar com um sistema de 500 equações e 500 incógnitas, então Leontief resumiu o problema para um sistemas de 42 equações e 42 incógnitas. Ao termino de 56 horas de trabalho, finalmente o computador gerou uma solução(LAY, 2007 p.01).

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Conceito de Matriz

Uma matriz A sobre um corpo K é uma tabela retangular de escalares, como apresentado a seguir:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

As linhas da matriz A são as m listas horizontais dadas por $(a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n})$, $(a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}), \dots, (a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn})$. E as colunas de A são n listas verticais dadas por:

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \dots \\ a_{m1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a_{12} \\ a_{22} \\ \dots \\ a_{m2} \end{bmatrix}, \dots, \begin{bmatrix} a_{1n} \\ a_{2n} \\ \dots \\ a_{mn} \end{bmatrix}.$$

Uma matriz com m linhas e n colunas é chamado de matriz m por n, onde m e n é onde se dá o tamanho da matriz. Matrizes com apenas uma linha são conhecidas como matrizes linha, ou vetor, já uma matriz com apenas uma coluna é denominada matriz coluna ou vetor coluna (LIPSCHUTZ, 2011).

Os títulos denominados seções primárias devem ser escritos com letras. A **Soma de matrizes e multiplicação por escalar**segue a definição, seja $A = [aij]$ e $B = [bij]$

duas matrizes de mesmo tamanho, onde a soma de A e B denotada por A+B é obtida pela soma de elementos correspondentes, ou seja:

$$A+B=\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \dots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \dots & a_{2n}+b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \dots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix}$$

O múltiplo da matriz A pelo escalar K, é a matriz obtida através do produto de cada elemento A por, logo:

$$KA=\begin{bmatrix} Ka_{11} & Ka_{12} & \dots & Ka_{1n} \\ Ka_{21} & Ka_{22} & \dots & Ka_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Ka_{m1} & Ka_{m2} & \dots & Ka_{mn} \end{bmatrix}$$

A **transposta de uma matriz** A é dada por A^T, onde é obtida por colunas de A na mesma ordem como linhas.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \text{e} \begin{bmatrix} 1 & -3 & -5 \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

A transposta de um vetor linha é um vetor coluna(LIPSCHUTZ, 2011).A **Matriz Identidade** de ordem n, denotada por 1 ou por I é uma matriz quadrada com A na diagonal principal e 0 em todas outras entradas.

Dado qualquer escalar K, podemos dizer que a matriz KI com K na diagonal principal e 0 nas outras entradas é a matriz escalar correspondente ao escalar K:

$$(KI).A = K(I.A) = KA$$

Pode-se observar que ao multiplicar a matriz escalar A pela escalar KI, é a mesma coisa que multiplicar A pelo escalar K. As matrizes identidades de ordem 3 ou 4 e as escalares correspondentes a K = 5 são:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 5 & & & \\ & 5 & & \\ & & 5 & \\ & & & 5 \end{bmatrix}$$

É normal omitir e apagar os zeros quando não houver dúvidas sobre essas entradas, como foi feito na segunda e quarta matriz (LIPSCHUTZ, 2011).

Uma**Equação Linear** nas incógnitas $x_1, x_2, ..., x_n$ é uma equação que pode ser feita da seguinte forma:

$a_1x_1 + a_2x_2 + ... + a_nx_n = b$, onde $a_1, a_2, ..., a_n$ e b são constantes. Consta-se então que ak é o coeficiente de xk e b é o termo da equação. Uma solução de equação linear é uma lista de valores para incógnitas, um vetor de $u$dek^n, ou seja, $x_1 = k_1, x_2 = k_2, ..., x_n = k_n$ ou $u = (k_1, k_2, ..., k_n)$ tal que a equação seguinte seja verdadeira substituindo $x_i = k_n$ ou $a_1k_1 + a_2k_2 + ... + a_nk_n = b$nesse caso podemos dizer que satisfaz a equação(LIPSCHUTZ,2011).

Uma reta R^2 pode ser representada por uma equação da forma $a_1x + a_2y = b$ e um plano R^3 podendo ser representado por $a_1x + a_2y + a_3z = b$. As equações lineares não envolvem produtos ou raízes variáveis. Todas variáveis ocorrem somente na primeira potência e não como argumentos trigonométricos, logaritmos ou exponenciais. A seguir, alguns exemplos de equações lineares e equações não lineares(ANTON, 2007).

Exemplos de equações lineares:

$$x + 3y = 7 \qquad x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 0$$
$$\frac{1}{2}x - y + 3z = -1 \qquad x_1 + x_2 + ... + x_n = 1$$

Exemplos de equações não lineares:

$$x + 3y^2 = 4 \quad 3x + 2y - xy = 5$$
$$senx + y = 0 \quad \sqrt{x_1} + 2x_2 + x_3 = 1$$

2.2Definição de vetores

Os vetores são segmentos de retas orientadas, onde engenheiros e físicos fazem a distinção entre quantidades físicas e escalares. Podendo ser escritas apenas por valor numérico e os vetores, que requerem mais de um valor numérico e uma direção e sentido para a sua completa descrição. A velocidade, força e deslocamento são vetores porque envolvem um valor numérico e uma direção ou sentido (LIPSCHUTZ, 2011).

Para entender a **velocidade,** digamos que um navio que tem uma velocidade de 10 nós, pode-se dizer o quão rápido o navio se desloca, mas não a direção que ele está indo. Para saber a direção é preciso saber a direção e o sentido, além da velocidade. Seja 10 nós na direção nordeste da bússola (Figura 1). A velocidade escalar, junto com a direção e um sentido forma uma quantidade vetorial que é chamada de **Vetor Velocidade** (ANTON, 2007).

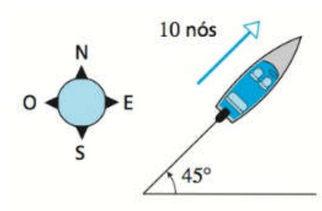

Figura 1: Vetor Velocidade.
Fonte:ANTON (2007)

Sempre que uma **Força** é aplicada em algum objeto, o efeito resultante depende da direção e o sentido em que for aplicada. Embora as forças de 10kgf tenham a mesma magnitude, elas tem efeito diferente sobre os blocos, pelas direções e sentidos diferentes. (Figura 2). A força junto com o sentido, forma uma quantidade vetorial que é chamada de **Vetor Força** (ANTON, 2007).

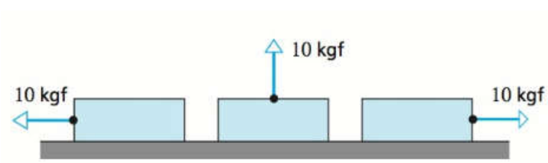

Figura 2: Vetor Força.
Fonte:ANTON (2007)

Logo, se uma partícula se desloca de A para B no plano ou no espaço tridimensional, a distância entre a linha reta A e B juntos com a direção A e B e o sentido de A para B, formam uma quantidade vetorial chamada de **Vetor Deslocamento**(ANTON, 2007).

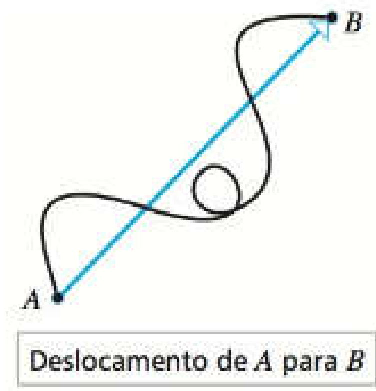

Figura 3: Vetor Deslocamento.
Fonte:ANTON (2007)

Vetores no plano ou no espaço tridimensional, podem ser representados geograficamente por setas. O seu comprimento é proporcional a parte numérica do vetor e a direção e sentido que a seta indica é a direção e o sentido do vetor. A origem da seta é o ponto inicial do vetor e o final da seta é o ponto final do vetor. (Figura 4). Se um vetor tem ponto inicial A e final B, denota-se o vetor por $V = \vec{AB}$.

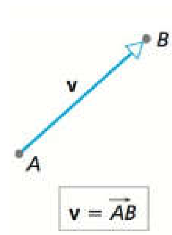

Figura 4: Vetor.
Fonte:ANTON (2007)

Para a **Subtração de vetores**, o negativo de um vetor v denotado por $-v$, é o vetor com mesmo comprimento e direção que o v, mas tem sentido oposto (Figura 1).Eo vetor diferença de v com w denotado por $w-v$ é definido pela soma:

$$w - v = w + (-v)$$

A diferença de v com w é conseguida geometricamente pelo método de paralelogramo como mostrado na Figura 2 ou posicionando v e w de modo que seus pontos iniciais coincidam e traçando um vetor terminal de v ao ponto terminal de w (Figura 3)(ANTON, 2007).

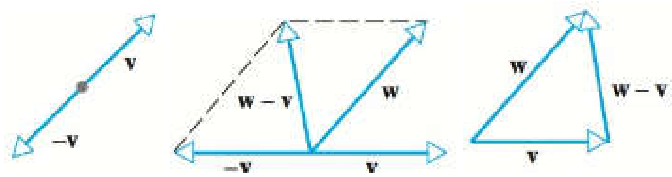

Figura 5: Subtração de vetores.
Fonte:ANTON (2007)

Todo **Produto Escalar** fornece uma equação algébrica, e esta mesma determina se os vetores são perpendiculares ou ortogonais. O produto escalar de dois vetores é um método de multiplicar dois vetores e se difere da soma, que produz um novo vetor. Sempre o resultado de um produto escalar de dois vetores é um produto escalar.

O teorema de um produto escalar seja u,v,wvetores em R^ne seja a um escalar. Logo:

1) $u.v = v.u$
2) $(u+v).w = u.w + v.w$
3) $(a.u).v = u.(a.v) = a.(u.v)$
4) $u.u \geq 0$ e $u.u = 0$ (só quando $u = 0$).

Exemplo: Dados que A= $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \\ 2 \end{bmatrix}$, B= $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ e W= $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$, mostre que o teorema 2 é valido para dados vetores e escalar.

Solução:

$$(u+v).w = u.w + v.w \rightarrow (u+v).w = (10+0-3+4)+(-5+0+0+6) = 11+1 = 12$$

.

O produto escalar pode ser usado também para medir distâncias e/ou comprimentos.Se x é um vetor em R^n, então a norma ou o comprimento de x é dado por $\|x\| = \sqrt{x.x}$.

Exemplo: Encontre o módulo de $\|x\|$ e o módulo de $\|-5\|$ para x= $\begin{bmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$.

Solução:

$$x.x = (-3)^2 + (1)^2 + (4)^2 \rightarrow \|x\| = \sqrt{9+1+16} \rightarrow \|x\| = \sqrt{26}$$

$$\|-5\| = (-5).\|x\| \rightarrow \|-5\| = 5\sqrt{26}.$$

A aplicação de um **Produto Vetorial** só faz sentido no plano R^3, ou seja, para os eixos x, y, z. Apesar desta limitação, o cálculo do produto vetorial demonstra várias aplicações importantes como: áreas de triângulo, área de um paralelogramo e volume de um paralelepípedo(KOLMAN, 2013 p.238).

Definindo um produto vetorial, dados que:

Se $u = u_1 i + u_2 j + u_3 k$ e $v = v_1 i + v_2 j + v_3 k$ são vetores em R^3, logo o produto vetorial é a multiplicação dos vetores uv definidos por:

$$u.v = (u_1 v_3 - u_3 v_2)i + (u_3 v_1 - u_1 v_3)j + (u_1 v_2 - u_2 v_1)k$$

E também pode ser escrito na forma matricial:

$$u.v = \begin{bmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{bmatrix}$$

Exemplo de aplicação para cálculo de volume de um paralelepípedo com vértices na origem e arestas $u = i - 2j + 3k$, $v = i + 3j + k$ e $w = 2i + j + k$.

Logo pelo método de resolução temos:

$$V = |u.(v.w)| = |-10| = 10$$

Ou ainda calcular pelo método das determinantes matriciais.

$$V = \left| \det \begin{bmatrix} i & -2j & 3k \\ i & 3j & k \\ 2i & j & 2k \end{bmatrix} \right|$$

$$V = \left\| \begin{matrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{matrix} \right| = |-10| = 10.$$

A combinação dos produtos escalar e vetorial, define um novo produto de vetores, denominado **Produto Misto**.

Dado os vetores $u = (u_1, u_2, u_3)$, $v = (v_1, v_2, v_3)$ e $w = (w_1, w_2, w_3)$, a definição do produto misto entre os vetores é denotado por $[u, v, w]$ ou por $u.(v.w)$, como o número real obtido a partir do determinante:

$$\begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \\ w_1 & w_2 & w_3 \end{bmatrix}$$

As propriedades do produto misto, decorrem das propriedades dos determinantes:

- O produto misto (u, v, w) muda de sinal ao trocarmos a posição de dois vetores;

- $(au, v, w) = (u, av, w) = (u, v, aw) = a(u, v, w)$;

- $(u, v, w) = 0$ se, e somente se, os três vetores forem coplanares.

As aplicações do produto misto são muito empregadas para cálculos de volumes como por exemplo: o volume de um paralelepípedo, o volume de um tetraedro. O módulo do produto misto entre u, v e w, sendo que estes vetores têm a mesma origem.

v(paralelepípedo)=$[u, v, w]$

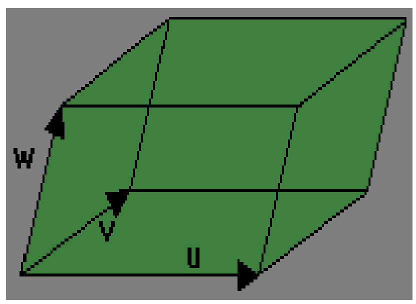

Figura 6: Produto Misto.
Fonte:Blogspot (2017)

Exemplo:

Dados $u = (2,-3,4), v = (8,6,9), w = (1,7,5).$ Calcular o volume do paralelepípedo.

Para a resolução deste exemplo, monta-se uma matriz e repete-se as duas primeiras colunas; emseguida, traça-se três linhas em diagonais para a direita e três linhas diagonais para a esquerda:

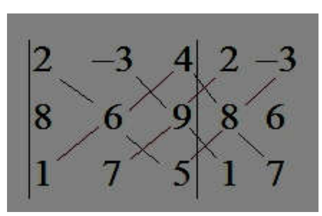

Figura 7: Determinante.
Fonte:Blogspot(2017)

Após, tracejar as linhas, multiplica-se os números destas, sendo que as linhas diagonais para a esquerda serão multiplicadas por "menos", isto é, terá valor negativo no final.

Montando a equação do paralelepípedo tem-se:

$$Vp = ((2.6.5) + (-3.9.1) + (4.8.7)) - ((-3.8.5) + (2.9.7) + (4.6.1))$$
$$Vp = ((60) + (-27) + (224)) - ((-120) + (126) + (24))$$
$$Vp = (257) - (30)$$
$$Vp = 227m^3$$

O volume de um tetraedro é calculado por um sexto do módulo do produto misto entre u,v,w que representa o volume de um tetraedro (pirâmide com base triangular) que tem as 3 arestas próximas dadas pelos vetores u,v,w , sendo que estes vetores têm a mesma origem.

V(tetraedro)= $(1/6).[u, v, w]$

Pode-se obter um plano a partir de, pelo menos, dois vetores, mas precisa-sede, pelo menos, três para encontrar sua equação. Algebricamente falando, se os vetores u, v e w não são múltiplos entre si, acabam gerando o plano R^3. Os eixos x, y e z pertencem ao plano R^3. Para um melhor entendimento analisa-se a Figura 8.

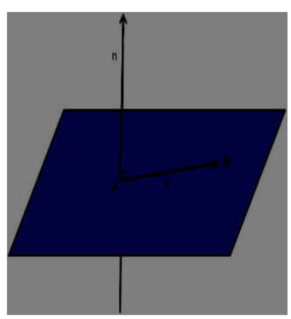

Figura 8: Plano R³.
Fonte:Blogspot (20

Seja $A(x0, y0, z0), B(x, y, z)$ e o vetor $n = (a, b, c)$.

Tem-se:

$$u = B - A$$
$$u = (x - x0, y - y0, z - z0)$$

Como $u \perp n : n.u = 0.$

$$(a,b,c).(x - x0, y - y0, z - z0) = 0$$
$$ax + by + cz - ax0 - by0 - cz0 = 0$$

Igualando equação em negrito a d, obtém-se a **equação geral do plano**;

$$ax + by + cz + d = 0$$

A geometria analítica estuda as formas geométricas do ponto de vista da álgebra, utilizado equações para analisar o comportamento e os elementos dessas figuras. A reta é uma das formas geométricas estudadas pela geometria analítica, possui três tipos de equações: a equação geral, a equação reduzida e a **equação paramétrica**. Como mostra a Figura 9, pode-se determinar a equação da reta apresentada pelo gráfico.

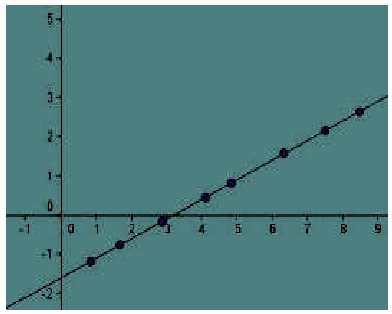

Figura 9: Equação da reta.
Fonte:Blogspot (2007).

As **Equações Paramétricas** são formas de representar as retas através de um parâmetro, ou seja, uma variável irá fazer a ligação de duas equações que pertencem a uma mesma reta.

Como exemplo de aplicação, pede-se para determinar a equação geral da reta de equações paramétricas.

$$x = 8 - 3t$$
$$y = 1 - t$$

Para a solução deste exemplo, deve-se isolar t em umas das equações e substituir na outra. Assim, segue que:

$$x = 8 - 3t$$
$$y = 1 - t$$

Isolando t na equação, obtém-se: $y = 1 = -t$ ou $t = -y + 1$. Substituindo-se na equação:

$$x = 8 - 3(-y + 1)$$
$$x = 8 + 3y - 3$$
$$x = 5 + 3y$$
$$x - 3y - 5 = 0 \Rightarrow equção.geral.da.reta$$

O exemplo visto acima, obtém-se a equação geral da reta através das equações paramétricas. O contrário também pode ser feito, ou seja, utilizar a equação da reta para obter a equação paramétrica, como no exemplo a seguir.

Exemplo:

Determine as equações paramétricas da reta r de equação geral $2x - y - 15 = 0$.

Solução:

Para solucionar esta equação segue-se:

$$
\begin{array}{ll}
2x - y - 15 = 0 & \\
2x - y - 14 - 1 = 0 & \\
2x - 14 - y - 1 = 0 & x - 7 = t \rightarrow x = t + 7 \\
2x - 14 = y + 1 & e \\
2(x - 7) = y + 1 & \dfrac{y+1}{2} = t \Rightarrow y + 1 = 2t \Rightarrow y = 2t - 1 \\
x - 7 = \dfrac{y+1}{2} &
\end{array}
$$

Assim, as equações paramétricas da reta são: $x = t + 7$ e $y = 2t - 1$.

4METODOLOGIA

O **Método Científico** é a base para qualquer pesquisa. Conforme Marconi e Lakatos (2008), de forma geral, são característicos da ciência, porém "não é da alçada exclusiva da ciência, mas não há ciência sem emprego de métodos científicos."(MARCONI, LAKATOS, 2008,p.83). Toda pesquisa é baseada em algum método, porém não é necessariamente científico. Em resumo, o método pode ser conceituado como um conjunto de ações sistemáticas e racionais, alcançando o objetivo, definindo um plano estratégico onde erros podem ser previstos e as decisões do pesquisador definidas.

Gil (2010), utiliza o termo pesquisa em relação a um procedimento racional e sistemático, objetivando responder ás questões-problemas do pesquisador. Entende-se que o método faz parte da pesquisa, sendo "desenvolvida mediante o concurso dos conhecimentos disponíveis e a utilização cuidadosa de métodos e técnicas de investigação científica."(GIL, 2010,p.01). Uma pesquisa necessariamente precisa de métodos, sendo o que levará aos resultados dos objetivos propostos pelo pesquisador.

Entre os métodos utilizados no artigo, pode-se citar a **Pesquisa Descritiva**[2], onde esta pesquisa tem por objetivo a utilização de técnicas padronizadas de coletas de dados.

A **Pesquisa Experimental**, consiste em determinar um objeto de estudo selecionando variáveis e definindo formas de controle e observações dos efeitos que as variáveis produzem no objeto. Os **Referencias bibliográficos** que são compostos por elementos indicadores de obras e que encontra-se nas contracapas dos livros ou folhas de rostos de artigos. Os **Estudos de Casos**, onde a maior aplicação são em estudos exploratórios e descritivos e que são importantes para fornecer respostas para relativas causas de determinados fenômenos e as **Análises Quantitativas**[3]que envolvem a relação de dados envolvidos na pesquisa. Denomina-se mudança quantitativa o simples aumento ou diminuição de quantidade. A diferença entre a análise quantitativa para a qualitativa, seria a passagem de um qualidade ou de um estado para outro.

5ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Tratando-se de projetos mecânicos, a análise se baseia em um estudo do ramo automotivo. Muito utilizado por indústrias do segmento, a plotagem e prototipagem são as maneiras mais adequadas de desenvolvimento de produtos e dispositivos, pois a fabricação depende de um protótipo para a partir deste iniciar a produção em série.

Para isso, utiliza-se com exemplo um carro qualquer e a partir dele modelaremos a sua lateral para a fabricação em fibra da mesma. Através do desenvolvimento da modelagem auxiliada por CAD (Solidworks), necessita-se saber a quantidade de fibra, resina e catalisador para a fabricação deste protótipo que deve conter em torno de 8mm de espessura.

[2] “As pesquisas descritivas são, juntamente com as exploratórias, as que habitualmente realizam os pesquisadores sociais preocupados com a atuação prática. São também as mais solicitadas por organizações como instituições educacionais, empresas comerciais, partidos políticos etc.”(GIL, 2007, p.42).

[3] “Em oposição à metafísica, a dialética considera o processo de desenvolvimento, não como um simples processo de crescimento, em que as mudanças quantitativas não chegam a se tornar mudanças qualitativas, mas como um desenvolvimento que passa, das mudanças quantitativas insignificantes e latentes, para as mudanças aparentes e radicais, as mudanças qualitativas.” (MARCONI, LAKATOS, 2008, p.104).

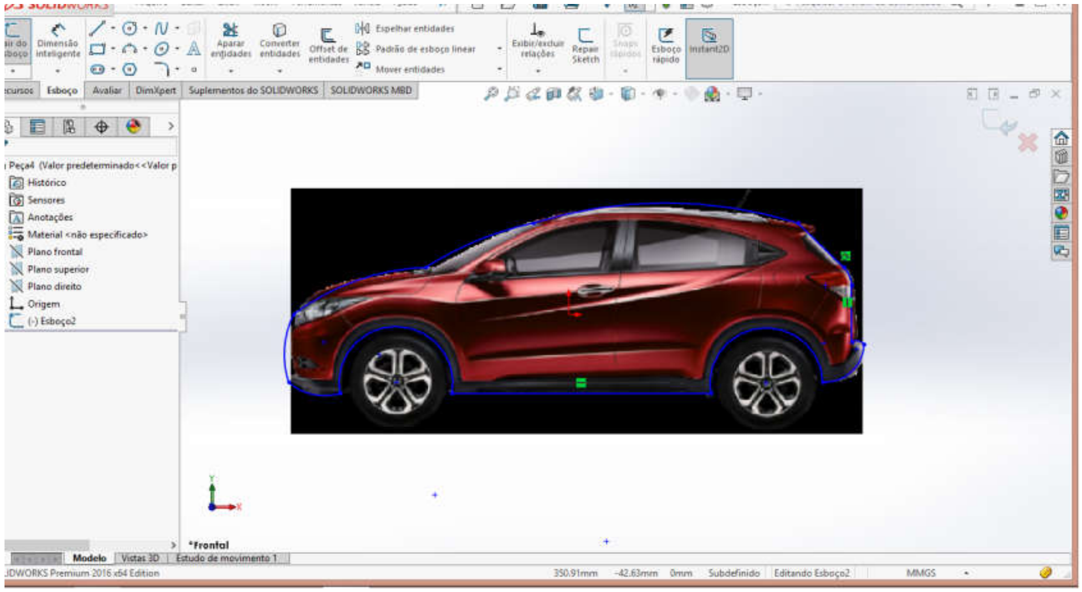

Figura 10: Modelagem 1.
Fonte: Criação e desenvolvimento do CAD pelo autores do artigo.

Com o projeto definido, modela-se a lateral do veículo sempre atento aos detalhes do mesmo. Após, com o auxílio da ferramenta encontrado no CAD, dá-se uma extrusão de 8 mm no molde do veículo, como mostra a Figura 11.

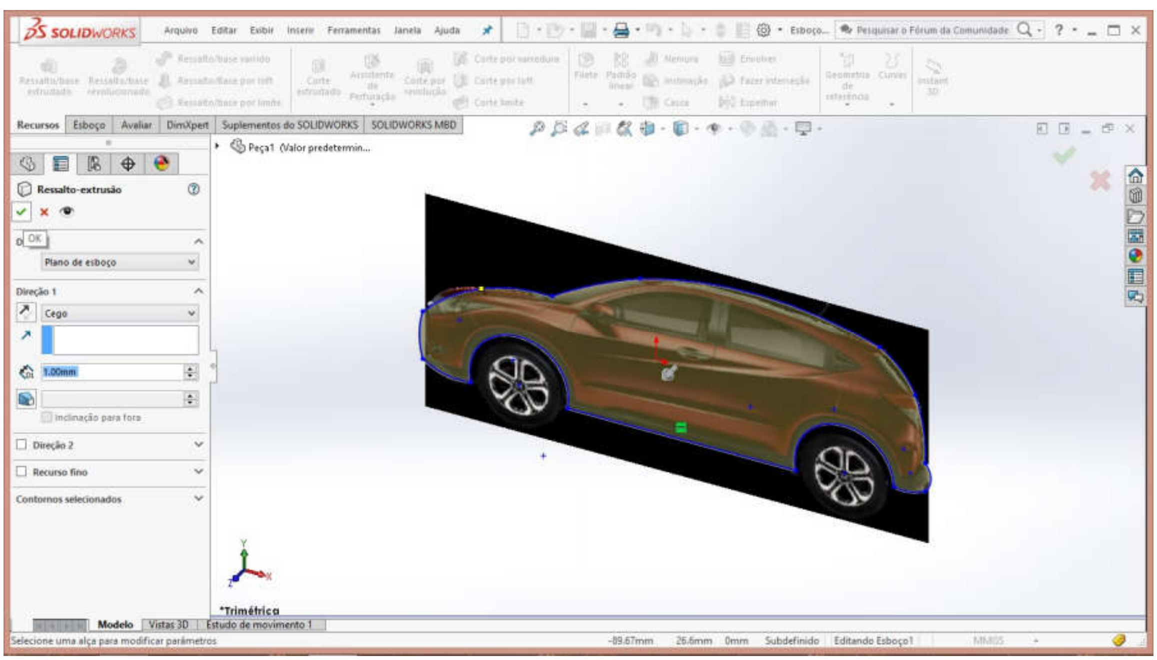

Figura 11: Modelagem 2.
Fonte: Criação e desenvolvimento do CAD pelo autores do artigo.

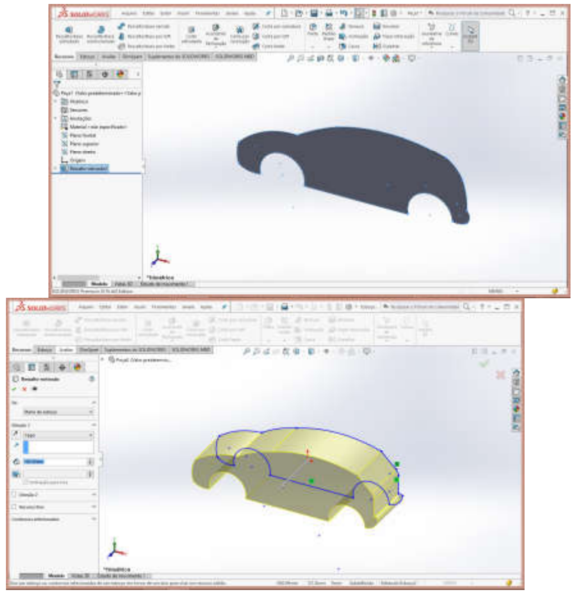

Figura 12: Modelagem 3.
Fonte: Criação e desenvolvimento do CAD pelo autores do artigo.

Com a modelagem definida, inicia-se o processo de fatiamento nos eixo X, Y e Z para que torne-se possível a montagem de uma matriz. A escala do plano cartesiano dá-se 10mm por avanço como segue as Figuras 13 e 14.

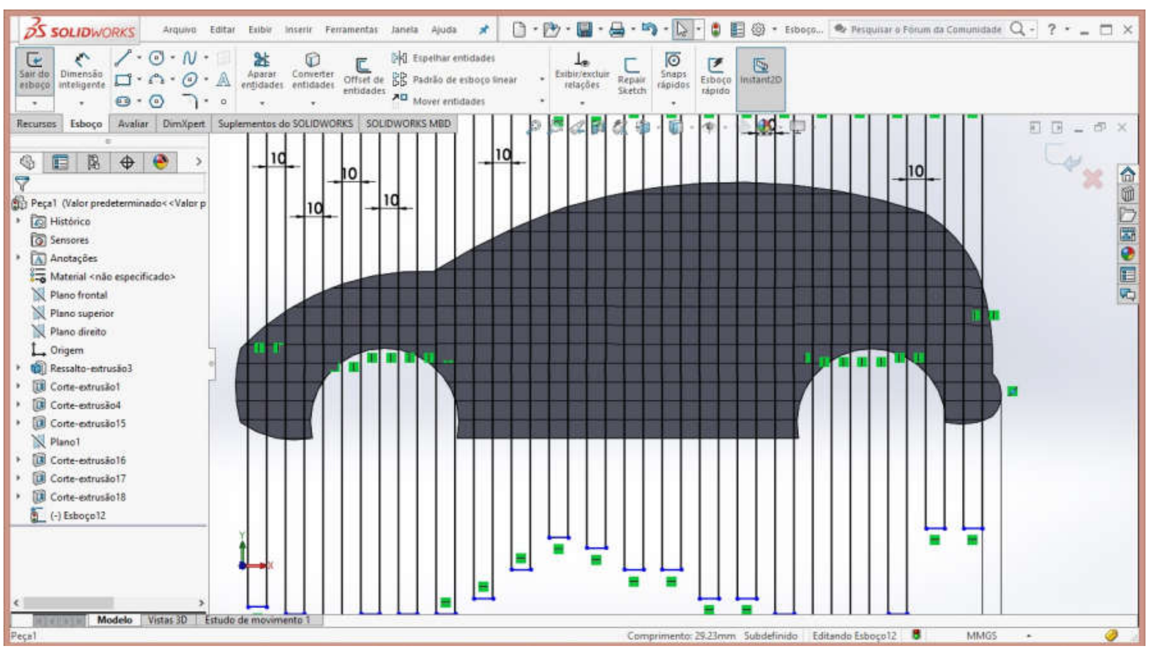

Figura 13: Modelagem 4.
Fonte: Criação e desenvolvimento do CAD pelo autores do artigo.

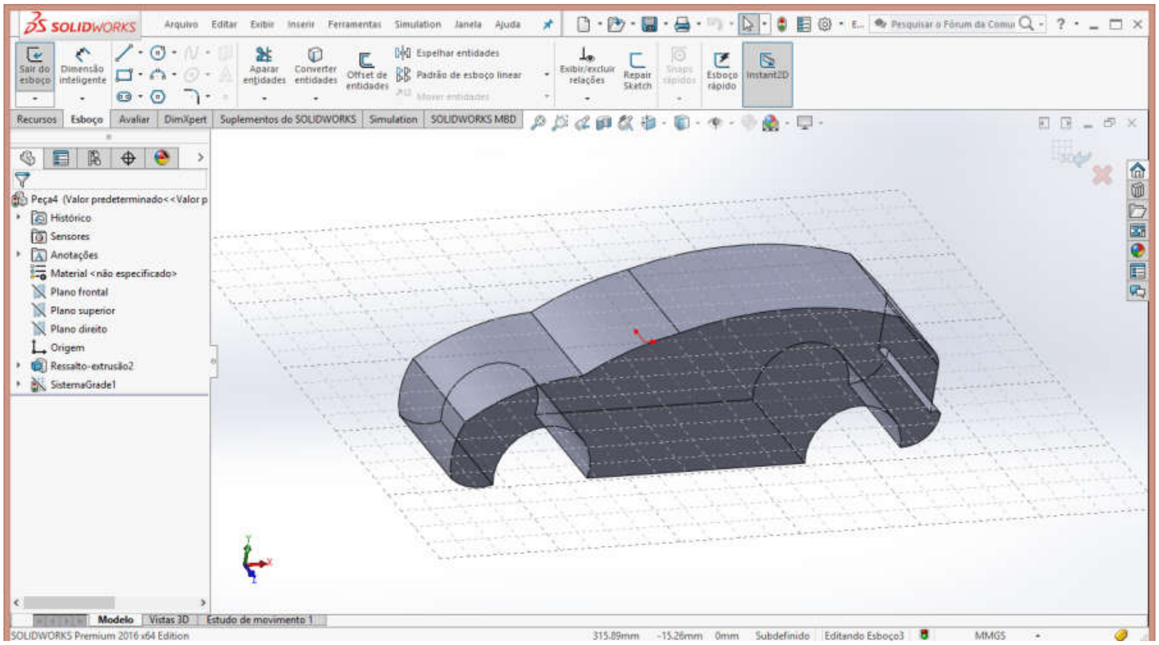

Figura 14: Modelagem 5.
Fonte: Criação e desenvolvimento do CAD pelo autores do artigo.

Para modelar matricialmente o projeto, utiliza-se um plano cartesiano (Figura 15) com dimensões nos eixos x, y e z, onde a escala se dá em 10mm por avanço nos eixos x e y e no eixo z igual a 8mm, como mostra a figura 16. Ou seja:

$$x = 10mm$$
$$y = 10mm$$
$$z = 8mm$$

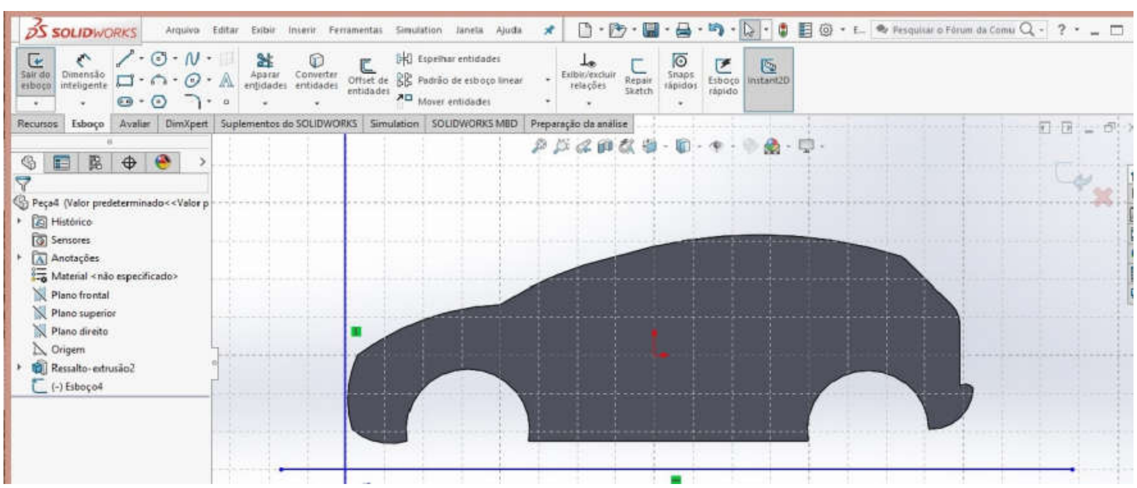

Figura 15: Modelagem 6.
Fonte: Criação e desenvolvimento do CAD pelo autores do artigo.

Aplicando as técnicas do produto misto, observa-se que o volume do paralelepípedo se dá pela equação $vp = [\det(\vec{u}, \vec{v}, \vec{w})]$:

$$\left\|\begin{array}{ccc|cc} 10 & 1 & 1 & 10 & 1 \\ 1 & 1 & 8 & 1 & 1 \\ 1 & 10 & 1 & 1 & 10 \end{array}\right| = -1 - 800 - 1 + 10 + 8 + 10 = 774\,mm^3$$

$$774 \times 300 unidades = 232200 mm^3$$
$$(774 \div 2) \times 149 unidades = 57663 mm^3$$
$$d = \frac{m}{v} \therefore 2{,}54 \frac{kg}{mm^3} = \frac{m}{289863 mm^3}$$
$$m = 736{,}3g$$

Logo, para 500g de fibra de vidro necessita-se de 500g de resina e 5,5ml de catalisador. Pela dedução das resoluções dos cálculos de volume, para modelar e prototipar a lateral deste veículo precisa-se 763,3g de fibra de vidro, 763,3g de resina e 7,63ml de catalisador.

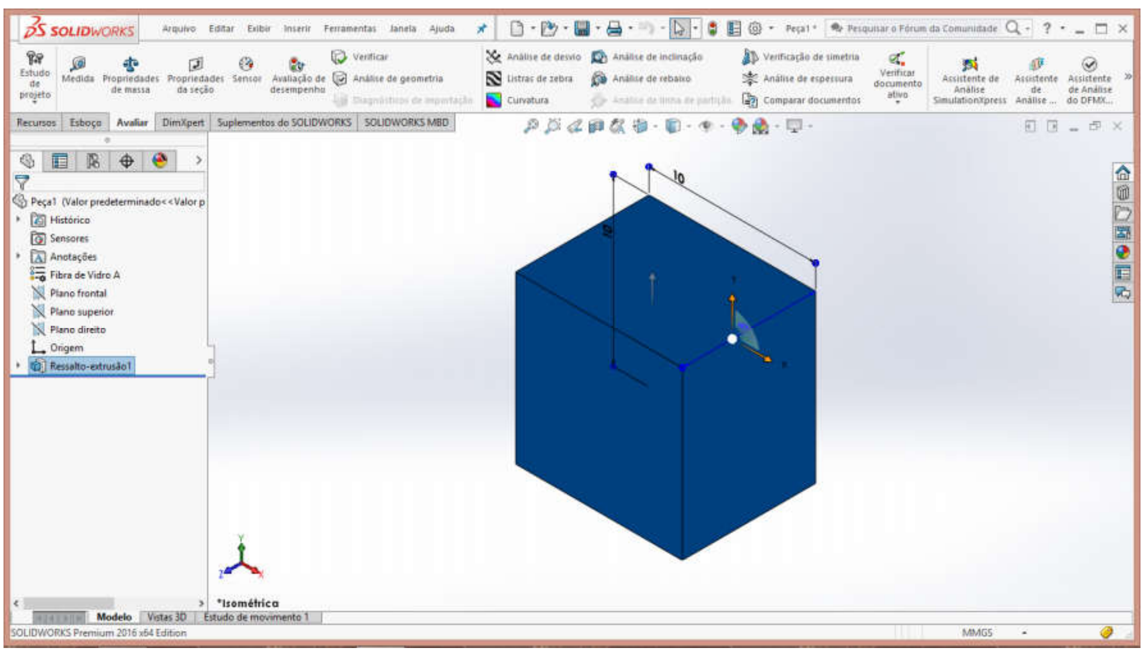

Figura 16: Modelagem 7.
Fonte: Criação e desenvolvimento do CAD pelo autores do artigo.

A Figura 17 mostra a vista do paralelepípedo em corte, consequentemente seu volume se reduzirá a metade do volume original.

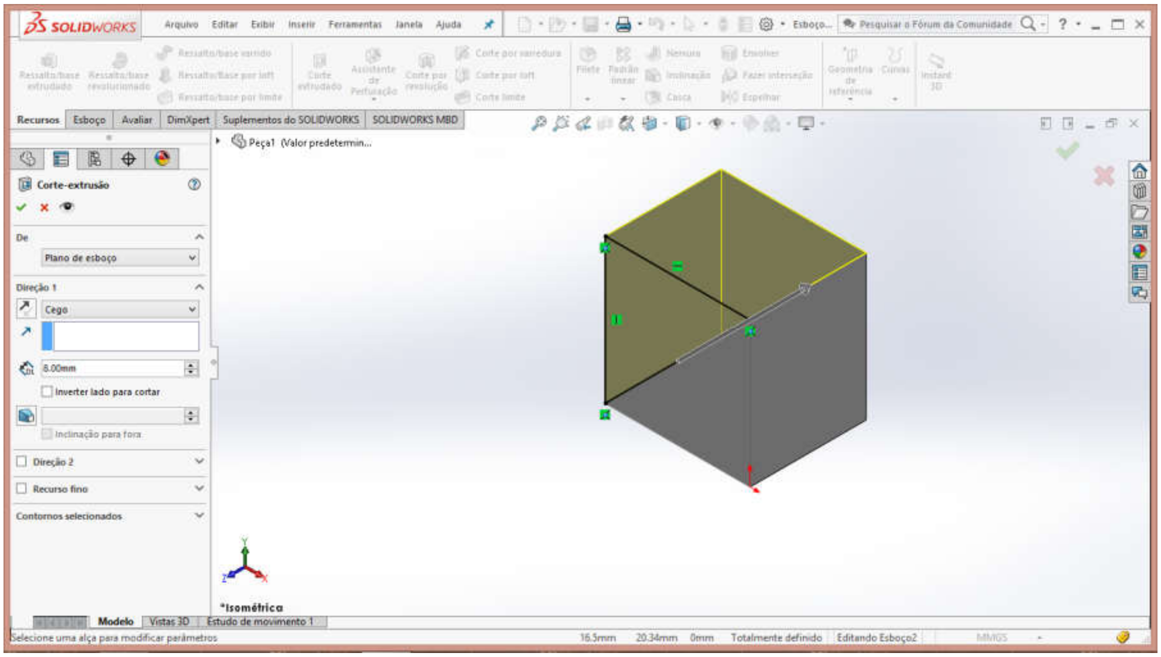

Figura 17: Modelagem 8.
FonteCriação e desenvolvimento do CAD pelo autores do artigo.

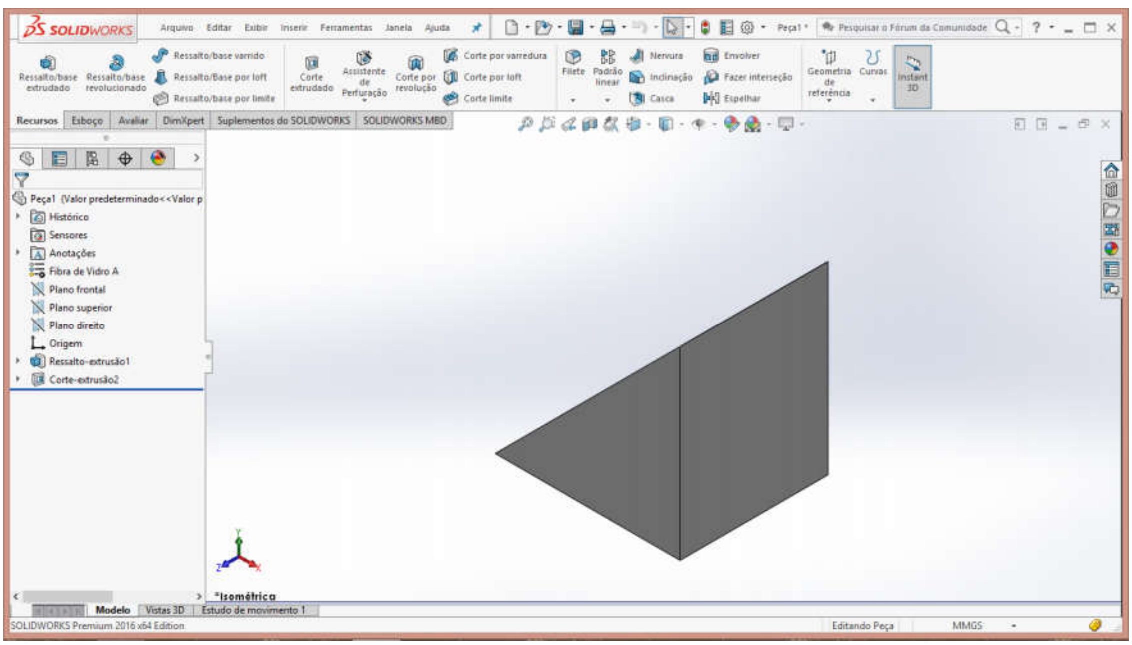

Figura 18: Modelagem 9.
Fonte Criação e desenvolvimento do CAD pelo autores do artigo.

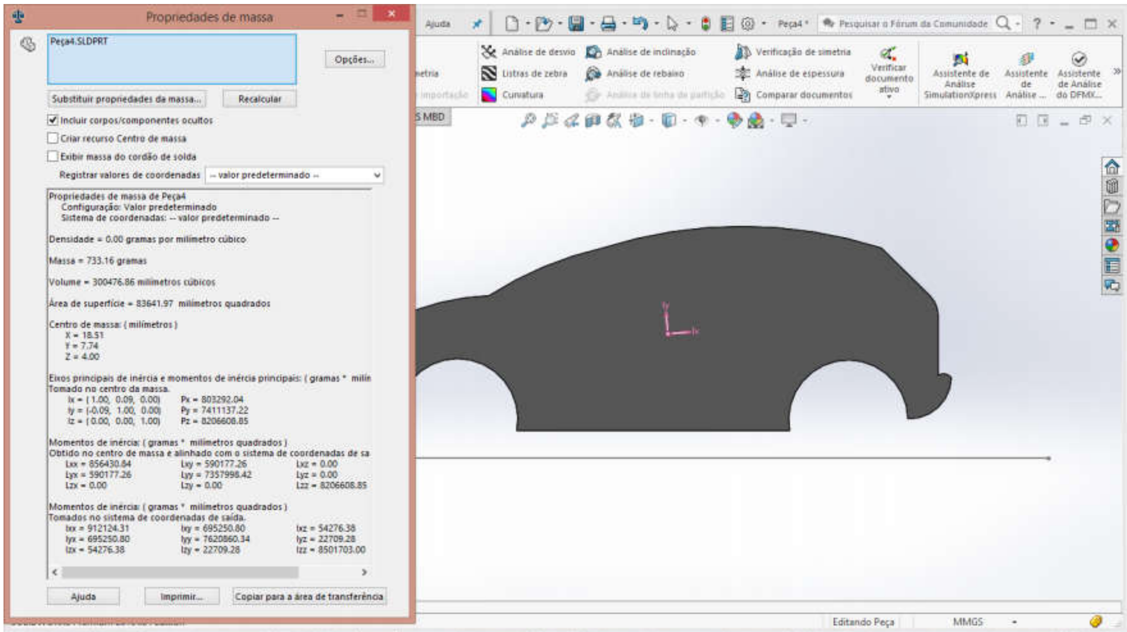

Figura 19: Propriedades de massa.
Fonte Criação e desenvolvimento do CAD pelo autores do artigo.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Existem muitas equações e fórmulas matemáticas para cálculos de volume e massa. A utilização e aplicação da álgebra matricial, apenas é mais um exemplo de que a matemática é abrangente em questões de resoluções como estas. Pode-se verificar que ao utilizar as técnicas algébricas, a variável do volume calculado para resultar em um peso que chega muito próximo ao valor real calculado pelo CAD (Figura 19). Apesar das limitações por curvas, é possível aplicar e utilizar estas técnicas para resoluções de problemas matemáticos, mesmo que, com pouca precisão.

8 REFERÊNCIAS

ANTON, Howard; RORRES, Chris. **Álgebra Linear com aplicações**, tradução técnica: Claus Ivo Doering. – 10.ed. – Porto Alegre: Bookman, 2012.

ANTON, Howard; BUSBY, Robert C. Álgebra linear contemporânea, Porto Alegre: Bookman, 2007.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. – 4°. ed. – São Paulo: Atlas, 2007.

KOLMAN, Bernard; HILL, David R. **Introdução à álgebra linear: com aplicações**, tradução: Alessandra Boquilha. – Rio de Janeiro: LTC, 2013.

LAY, David C., **Álgebra linear e suas aplicações**, tradução: Ricardo Camelier, Valéria de Magalhães Iório. – 2.ed. – Rio de Janeiro: LTC,2007.

LIPSCHUTZ, Seymour; LIPSON, Marc Lars. Álgebra Linear. 4° Edição, Porto Alegre: Bookman, 2011.

MARCONI, Marina de Andrade, LAKATOS, Eva Maria. **Fundamentos de metodologia científica. –** 6° . ed. – São Paulo: Atlas, 2008.