



## A NECESSIDADE DE REVISÕES DE EQUAÇÕES PARA PRÉ-DIMENSIONAMENTO DE LAJES DE CONCRETO ARMADO

Michelle Delano dos Santos<sup>a\*</sup>

a) Bacharel em Engenharia Civil pela Universidade do Estado de Minas Gerais.

### Informações de Submissão

\*Autor correspondente

Michelle Delano dos Santos, endereço: Av. José Modesto de Ávila, 464, ap. 202 – Bela Vista de Minas - MG - CEP: 35938-000

### Palavras-chave:

Estruturas de concreto armado. Projeto estrutural. Pré-dimensionamento. Lajes.

### Resumo

O pré-dimensionamento é o início do dimensionamento de uma edificação. Elementos pré-dimensionados com medidas o mais próximo possível do resultado final tornam o processo do cálculo estrutural mais rápido, pois diminui as iterações necessárias. Com a evolução das normas, do material concreto armado e o aumento da existência de prédios que mostram a efetividade de critérios de segurança adotados, é importante verificar fórmulas de pré-dimensionamento para que continuem adequadas acompanhando as evoluções científicas. Portanto, este artigo apresenta revisões e verificações recentes realizadas de equações de pré-dimensionamento de lajes, através de pesquisas bibliográficas e documentais, utilizando como base os autores Rebello (2000), Melo (2013) e Cunha e Pelizaro (2017). Da análise dos estudos dos autores citados, concluiu-se que, embora o assunto necessite ser explorado sob outros parâmetros, duas das três equações apresentadas são de fácil aplicação para auxiliar engenheiros nos pré-dimensionamento e arquitetos na concepção de projetos arquitetônicos.

## 1 INTRODUÇÃO

A concepção estrutural é a etapa inicial fundamental na elaboração do projeto estrutural de um edifício que, quando bem feita, agiliza todo o processo de cálculo garantindo economia e segurança ao construtor. Cabe ao engenheiro calculista nesta etapa definir os materiais a serem utilizados, a posição dos elementos de sustentação bem como adequar as dimensões destes às limitações impostas pelo projeto arquitetônico.

No cálculo estrutural de edifícios de concreto armado o pré-dimensionamento dos elementos estruturais deve ser o mais próximo possível das dimensões finais, facilitando as verificações de resistência e segurança durante o dimensionamento. A existência de equações simples que possibilitem este pré-dimensionamento ideal permite que arquitetos possam considerar as interações

entre projetos arquitetônico e estrutural e otimiza o tempo dos engenheiros no dimensionamento de uma edificação.

É necessário revisar as formulações de pré-dimensionamento de estruturas de concreto armado existentes no meio técnico para analisar se houveram ou se deveriam haver mudanças nestas proposições. Tais mudanças podem ser necessárias para adequar as equações à evolução do material concreto armado, as atualizações nas normas técnicas, assim como refinamentos devido a existência de uma quantidade maior de edificações que podem corroborar que os métodos de dimensionamento têm sido suficientes para atender aos requisitos de segurança e uso. O escopo deste artigo são as equações de pré-dimensionamento do elemento estrutural lajes.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

### **2.1 Classificação geométrica das lajes e espessuras mínimas preconizadas em norma**

As lajes são definidas como o elemento estrutural plano que apresenta uma dimensão (espessura) muito menor que as outras duas. Este elemento, geralmente, está destinado a receber diretamente grande parte das cargas que atuam na edificação, como as cargas de revestimento, ocupação, entre outras descritas na Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) Norma Brasileira (NBR) 6120 de 1980 - Cargas para cálculo de estruturas de edificações.

As lajes podem ser classificadas de diversas formas de acordo com seus materiais constituintes e a sua geometria. Uma importante classificação que determina critérios de dimensionamento é a geométrica, que divide as lajes retangulares em bidirecionais e unidirecionais. Lajes bidirecionais são armadas nas duas direções e a razão entre o maior vão ( $l_x$ ) e o menor vão ( $l_y$ ) é menor ou igual a 2, caso contrário são classificadas como lajes unidirecionais, que são armadas em apenas em uma direção. (CARVALHO; FIGUEIREDO FILHO, 2015).

Para o dimensionamento de lajes também é necessário obedecer a critérios da ABNT NBR 6118 de 2014 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, que estabelece valores mínimos de espessura para determinadas situações, conforme Tabela 1.

Tabela 1- Espessuras mínimas para lajes maciças

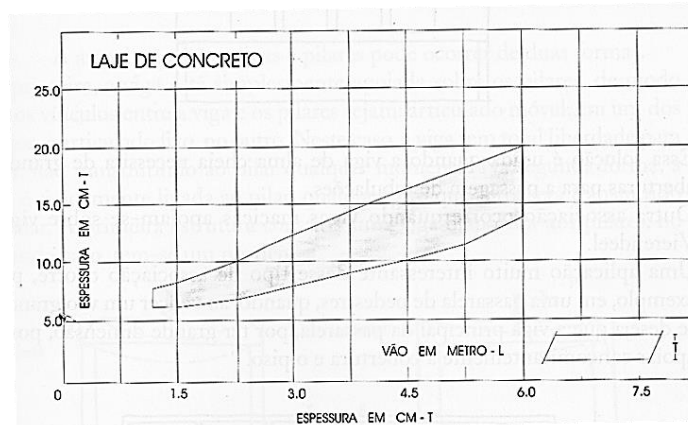
Espessura mínima [cm]	Situação
7	Cobertura não em balanço
8	lajes de piso não em balanço
10	lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN
10	lajes em balanço
12	lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN
15	lajes com protensão apoiadas em vigas, com o mínimo de 42 para lajes de piso biapoiadas e 50 para lajes de piso contínuas
14	lajes-cogumelo, fora do capitel
16	lajes lisas fora do capitel.

Fonte: ABNT NBR 6118 (2014, p. 74).

## 2.2 Uso de ábaco para pré-dimensionamento da altura de lajes maciças de concreto armado

O pré-dimensionamento de lajes de concreto armado pode ser feito através do ábaco adaptado por Rebello (2000), conforme Figura 1. A desvantagem de ábacos deste tipo é que eles proporcionam uma gama grande de valores como solução.

Figura 1 – Ábaco para pré-dimensionamento de laje de concreto armado

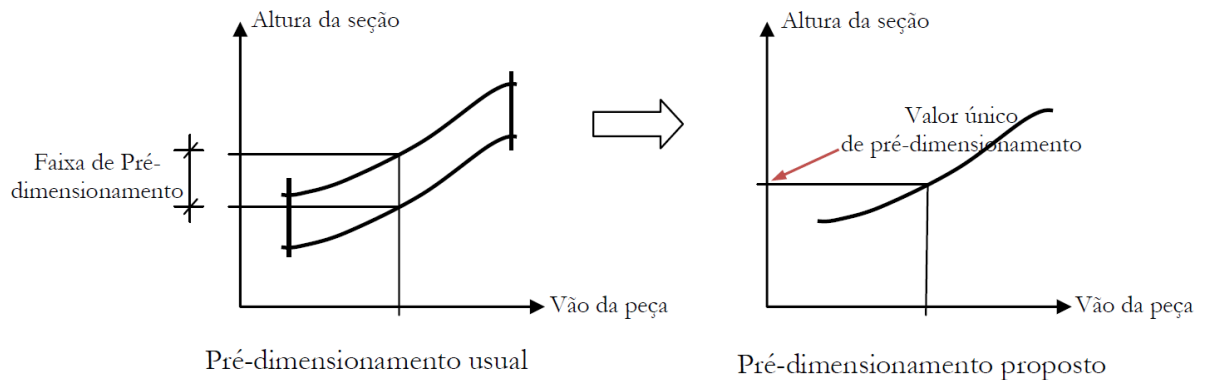


Fonte: REBELLO (2000, p. 167)

Melo (2013) menciona a importância de fórmulas simplificadas para pré-dimensionamento que se aproximem de um valor limitado, dado que os ábacos normalmente utilizados levam a uma margem grande de soluções. Isto pode ser observado na Figura 2, que exemplifica um ábaco de altura

da seção vezes vão da peça que é o usualmente utilizado e um ábaco referente as mesmas informações do que ela propõe como mais seguro para estudantes e profissionais se basearem.

Figura 2 – Ábaco típico usado na literatura para pré-dimensionamento x ábaco proposto



Fonte: Melo (2013, p. 8)

### 2.3 Resultado da comparação de equações usuais de pré-dimensionamento feita por Melo (2013)

Para propor apenas uma solução para pré-dimensionamentos de lajes de concreto armado, Melo (2013) se baseou em fórmulas do meio acadêmico baseadas na Resistência dos Materiais e Teoria das Estruturas.

Melo (2013) verificou as diferentes fórmulas encontradas no meio acadêmico através de dois projetos, um teórico e um existente na cidade de Uberlândia-MG. Ambos projetos foram dimensionados através do software de cálculo estrutural TQS® seguindo a NBR 6118:2007 e o resultado final foi comparado aos valores obtidos das equações de pré-dimensionamento. Os projetos considerados por Melo (2013) consistiram em uma casa simples de dois pavimentos, e um edifício residencial de múltiplos pavimentos.

Melo (2013) balizou os resultados através do que é preconizado em normas, otimizando a estrutura, e observando os Estados Limites Últimos e de Serviço, considerando como valor máximo para flechas nas lajes 70% da flecha admissível preconizada pela NBR 6118:2007.

Para o dimensionamento de lajes Melo (2013) concluiu que as melhores equações de pré-dimensionamento da espessura são as utilizadas pelos autores Pinheiro, Muzardo e Santos (2003) e Machado (2003 *apud* GIONGO, 2007), equações 1 e 2; e a do uso do Critério das Flechas, equação 3.

$$d = (2,5 - 0,1n) \cdot \frac{L}{100} \quad (1)$$

$$h = d + \frac{\varnothing}{2} + c \quad (2)$$

Através da equação 1 se obtêm a altura útil (d) em função do número de bordas engastadas da laje (n) e o menor valor entre o menor vão ( $l_y$ ) e 0,7 vezes o maior vão ( $l_x$ ) representado por L. A espessura h da laje é obtida pela equação 2 em que são somados a altura útil (d), metade do diâmetro da barra ( $\varnothing$ ), geralmente considerado 10 mm para fins de pré-dimensionamento, e o cobrimento nominal da armadura (c).

O Critério das Flechas estabelece que a equação 3 deve ser atendida, para que não seja necessário cálculo rigoroso das flechas, conforme NBR 6118:1980. (Melo, 2013):

$$d \geq \frac{L_2}{\psi_2 \cdot \psi_3} \quad (3)$$

Neste caso a altura útil (d) deve ser maior ou igual que a razão entre o menor vão da laje ( $L_2$ ) e o produto das constantes  $\Psi_2$  e  $\Psi_3$ . A constante  $\Psi_2$  dependente das condições de apoio e relação entre os vãos e  $\Psi_3$  depende da tensão na armadura.

Para lajes armadas em uma direção o valor do  $\Psi_2$  é conforme a Tabela 2 e para lajes armadas em duas direções conforme a Tabela 3:

Tabela 2 – Valores de  $\Psi_2$  para lajes armadas em uma direção

Condições de apoio	$\Psi_2$
Simplesmente apoiadas	1
Contínuas	1,2
Duplamente engastadas	1,7
Em balanço	0,5

Fonte: NBR 6118 (1980, *apud* Melo, 2013)

Tabela 3 - Valores de  $\Psi_2$  para lajes armadas em duas direções

$l_y \backslash l_x$					
	2,2 1,7	2,0 1,7	1,9 1,7	1,7 1,7	1,7 1,7
	2,0 1,4	1,8 1,4	1,7 1,4	1,4 1,3	1,3 1,3
	1,9 1,2	1,7 1,1	1,5 1,1	1,1 1,0	1,0 1,0
	1,7 0,5	1,4 0,5	1,1 0,5	0,7 0,5	0,6 0,5
	1,7 x 0,5 x	1,3 x 0,5 x	1,0 x 0,5 x	0,6 x 0,5 x	0,5 x 0,3 x

Fonte: NBR 6118 (1980, *apud* Melo, 2013)

Para uso da Tabela 3 se analisa a razão  $l_x/l_y$ . Quando esta razão for igual a 1 utiliza-se o número superior para  $\Psi_2$ , quando igual a 2 utiliza-se o valor inferior. Para situações em que a razão for entre 1 e 2 é necessário interpolar linearmente.

O  $\Psi_3$  é dado pela Tabela 4:

Tabela 4- Valores de  $\Psi_3$

Tensão na armadura para solicitação de cálculo ( $\sigma_{sd}$ )	Lajes maciças
215 MPa	35
280 MPa	33
350 MPa	30
435 MPa	25
520 MPa	20

Fonte: NBR 6118 (1980, *apud* Melo, 2013)

Após o cálculo da altura útil através do Critério das Flechas (equação 3) a espessura da laje é calculada pela equação 2.

## 2.4 Resultado da comparação de uma equação de pré-dimensionamento com projetos dimensionados realizada por Cunha e Pelizaro (2017)

Cunha e Pelizaro (2017) realizaram o pré-dimensionamento das lajes através de fórmulas um pouco diferentes das revisadas por Melo (2013). Eles compararam as seções das lajes pré-dimensionadas com as seções finais de projetos já calculados existentes. Desta forma puderam analisar as diferenças do pré-dimensionado e o dimensionado de prédio reais que obedecem aos critérios de segurança e propor correções.

Para realizar as comparações, Cunha e Pelizaro (2017) utilizaram 9 projetos estruturais existentes fornecidos por engenheiros estruturais da cidade de Uberlândia-MG e propuseram algumas correções nas fórmulas de pré-dimensionamento. Tais correções foram testadas em novo projeto estrutural e conferidas sua eficiência e aceitabilidade através do programa de cálculo estrutural CYPECAD®.

Cunha (2014, *apud* Pelizaro e Cunha, 2017) propõe o “Método do Vão” (Equações 4 e 5) para pré-dimensionar a espessura ( $h$ ) de uma laje, método este utilizado por Cunha e Pelizaro (2017) em suas comparações.

Para lajes maciças bidirecionais:

$$\frac{L}{40} \leq h \leq \frac{L}{32} \quad (4)$$

Para lajes maciças unidirecionais:

$$\frac{L}{38} \leq h \leq \frac{L}{30} \quad (5)$$

O valor de  $L$  é a média dos vãos em lajes bidirecionais e nas unidirecionais é o menor vão.

Para decidir o valor da altura total  $h$ , Cunha (2014, *apud* Pelizaro e Cunha, 2017) faz outras considerações, como os tipos de carregamento e condições de apoio para determinar o valor de  $h$ . Tais considerações levam em conta as tabelas 5 e 6.

Tabela 5 – Relação entre os tipos de carregamento e ambiente a ser construído

<b>Carga</b>	<b>Local</b>
Pequena	Edifícios residenciais, escritórios
Média	Escola, garagens e estacionamentos, lojas, restaurantes
Grande	Bibliotecas, casa de máquinas, depósitos

Fonte: Cunha (2014, *apud* Pelizaro e Cunha,2017)

Tabela 6 – Classificação para condições de apoio

<b>Condição de apoio</b>	<b>Descrição</b>
Favorável	Três ou quatro bordas engastadas; Duas bordas engastadas e duas apoiadas.
Regular	Três ou quatro bordas apoiadas; Uma borda engastada e duas ou três apoiadas.
Desfavorável	Laje em balanço; Laje com dois bordos livres.

Fonte: Cunha (2014, *apud* Pelizaro e Cunha,2017)

É aconselhado que se utilize valores extremos de  $h$  para carregamentos pequenos e grandes e para condições de apoio favorável e desfavorável, para as demais situações utilizar a valor médio de  $h$ . (CUNHA; PELIZARO, 2017)

Após comparar os valores do pré-dimensionamento com os valores dimensionados dos projetos existentes, desconsiderando valores que apresentaram desvio padrão maior que 25%, Cunha e Pelizaro (2017) sugeriram as fórmulas 6 e 7 como correções para as fórmulas 4 e 5, respectivamente:

Para lajes maciças bidirecionais:

$$\frac{L}{38} \leq h \leq \frac{L}{32} \quad (6)$$

Para lajes maciças unidirecionais:

$$\frac{L}{36} \leq h \leq \frac{L}{30} \quad (7)$$

Tais correções, que diminuiram o intervalo possível para a espessura, foram testadas em novo dimensionamento de um projeto existente realizado pelo engenheiro Marcelo Buiate, da cidade de Uberlândia-MG. Cunha e Pelizaro (2017) puderam concluir que as propostas de correções se mostraram aceitáveis, necessitando de poucos ajustes.



### 3 METODOLOGIA

Para embasar e discutir a necessidade de revisões de equações para pré-dimensionamento de lajes foram realizadas pesquisas bibliográficas e documentais. Através destas pesquisas foi possível explicar comparações de formulações do meio técnico já realizadas, constatar, ou não, propostas de mudanças e basear considerações que possam propiciar o refinamento do assunto. Os principais autores utilizados foram: Rebello (2000), Melo (2013) e Cunha e Pelizaro (2017).

### 4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Ambos autores Melo (2013) e Cunha e Pelizaro (2017) utilizaram em seus estudos equações que observaram a classificação geométrica da laje, já que a geometria da laje implica em modos de cálculo diferentes e é intrínseca a característica de rigidez da laje, enquanto o ábaco proposto por Rebello (2000) não faz essa distinção.

Os autores Melo (2013) e Cunha e Pelizaro (2017) obtiveram bons resultados com uso de equações que consideram mais parâmetros, como a geometria e condições de apoio das lajes, o que levou a melhores resultados do que a gama de soluções propostas pelo ábaco do Rebello (2000), que apresenta valores gerais sem especificar parâmetros além do vão.

Nas metodologias utilizadas por Melo (2013) e Cunha e Pelizaro (2017) as divergências a serem ressaltadas é uso de diferentes programas de cálculo estrutural (TQS® e CYPECAD®) e diferentes versões da NBR 6118 (2007 e 2014).

Melo (2013) também analisou as equações do “Método dos vãos” usadas por Cunha e Pelizaro (2017), porém anterior a versão inicial que estes utilizaram (equações 4 e 5), ou seja, as equações utilizadas por ambos autores são diferentes. Desta forma, o “Método dos vãos” não está entre as equações escolhidas por Melo (2013) como as que mais se aproximaram dos seus dimensionamentos finais.

Diante das observações anteriores se infere que seria interessante que as equações corrigidas propostas por Cunha e Pelizaro (2017) fossem comparadas as equações definidas por Melo (2013), utilizando o mesmo programa de cálculo estrutural e obedecendo a norma vigente.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As diferenças de resultados de Melo (2013) e Cunha e Pelizaro (2017) salientam a necessidade de mais estudos que possam consolidar equações de pré-dimensionamento, considerando particularidades de análise de programas estruturais e revendo algumas equações sob a ótica de normas mais recentes. Também seria interessante que as comparações realizadas por Melo (2013), fossem refeitas com as propostas de correção das fórmulas propostas por Cunha e Pelizaro (2017).

Ainda que as discussões deste assunto possam ser ampliadas e revisadas, dos três processos de pré-dimensionamento apresentados, dois contem equações bem simples. As equações 1 e 2, trabalhadas por Melo (2013), e as equações 6 e 7 já corrigidas por Cunha e Pelizaro (2017) podem ser consideradas mais fáceis que o Critério das Flechas, por necessitarem de menos informações e menor processo de cálculo.

Portanto, as equações discutidas atendem a ideia de otimizar o tempo gasto pelo engenheiro calculista no dimensionamento de uma estrutura, e dá base aos arquitetos para efetivamente promoverem a iteração da arquitetura e a concepção estrutural.

## 6 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

CARVALHO, Roberto Chust; FIGUEIREDO FILHO, Jasson Rodrigues de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**: segundo a NBR 6118:2014. 4. ed. São Carlos: EDUFSCAR, 2014. 415 p. ISBN 9788576003564.

MELO, P.R. **Pré-dimensionamento de estruturas de madeira, de aço e de concreto para auxílio à concepção de projetos arquitetônicos**. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2013.

PELIZARO, T. G.; CUNHA, J. Estudo do pré-dimensionamento de lajes, vigas e pilares de concreto. **Horizonte Científico**, Uberlândia, vol.11, n.2. 2017. Disponível em: <<http://www.seer.ufu.br/index.php/horizontecientifico/article/view/38856/21398>>. Acesso em: 06/12/2019

REBELLO, Yopanan C. P. **A concepção estrutural e a arquitetura**. São Paulo: Zigurate Editora, 2000.